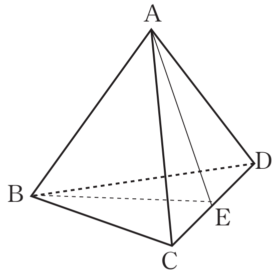
第３５講・三平方の定理⑥ 立体図形と三平方の定理

例題 1

1 辺の長さが 6cm の正四面体 ABCD がある，辺 CD の中点を E とするとき。次の問いに答えよ。

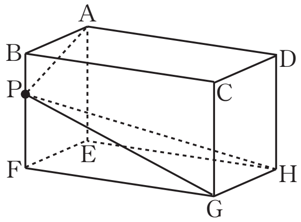


(1)　△ABE の面積を求めよ。

(2)　(1)を利用して，正四面体 ABCD の体積を求めよ。

例題 2

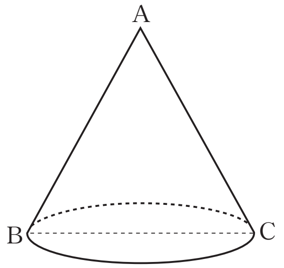
右の図は，A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体で，AB = 2cm，AD = 6cm，AE = 4cm である。また，P は辺 BF 上の点で，AP＋PG の大きさは P の位置によって変化する。AP＋PG の大きさが最小になるとき，PH の長さを求めなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

右の図は，線分 BC を直径とする円を底面とし，点 A を頂点とする円すいである。AB ＝ 6，BC ＝ 6 のとき，次の問いに答えなさい。



⑴　この円すいの側面積を求めよ。

⑵　この円すいの中に入る球のうち，体積が最大のものを O とする。球 O の半径を求めよ。

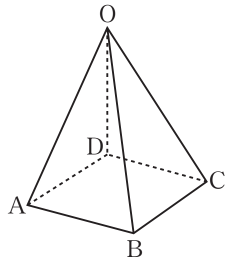
⑶　球 O と母線 AB との接点を D とする。側面上の C から D への最短経路の長さを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

35－1

右の図は AB ＝$\sqrt{2}$ cm の正方形を底面とする OA ＝ 2cm の正四角すいである。次の問いに答えなさい。

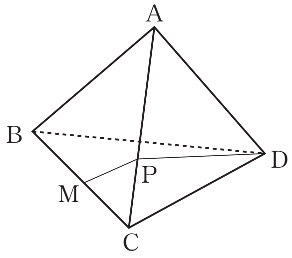


⑴　この立体の体積を求めよ。

⑵　三角すい OABC において，△OBC を底面としたときの高さを求めよ。

35－2

右の図のように，1 辺の長さが 2cm の正四面体で，辺 BC の中点を M とする。辺 AC 上に点 P をとり，DP＋PM が最も短くなるようにするとき，その長さを求めなさい。



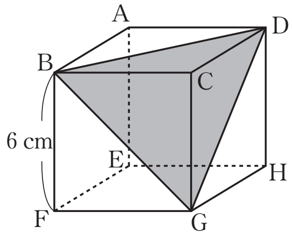
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第35講・確認テスト

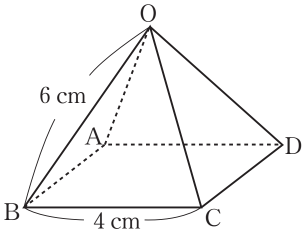
［1］　右の図の立体 ABCD－EFGH は，1 辺が 6cm の立方体である。この立方体を，3 点 B，D，G を通る平面で切断するとき，次の問いに答えなさい。



(1)　切断面の△ BDG の面積は ［アイ］$\sqrt{［ウ］}$ cm^2 である。

(2)　頂点 C から面 BDG にひいた垂線の長さは ［エ］$\sqrt{［オ］}$ cm である。

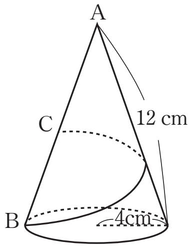
［2］　右の図のような，OA＝OB＝OC＝OD＝6cm，AB＝BC＝CD＝DA＝4cm の正四角錐 O－ABCD がある。これについて，次の問いに答えなさい。



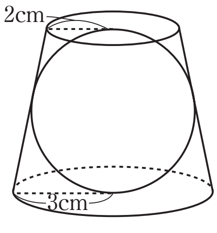
(1)　この立体の表面積は ［カキ］$\sqrt{［ク］}$＋［ケコ］(cm^2)である。

(2)　この立体の体積は $\dfrac{［サシ］\sqrt{［ス］}}{［セ］}$ cm^3 である。

［3］　右の図は，母線 AB の長さが 12cm，底面の半径が 4cm の円錐である。AB の中点を C とし，B から C まで円錐の側面を 1 周するようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さは ［ソ］$\sqrt{［タ］}$ cm である。



［4］　右の図のように，底面の半径が 3cm の円錐を，底面に平行な平面で切ったところ，切り口の円の半径が 2cm となった。この立体に球が内接しているとき，この球の半径は $\sqrt{［チ］}$ cm である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第35講・三平方の定理⑥ 立体図形と三平方の定理

例題 1

(1)　$9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　　(2)　$18\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$

解説

(2)　CD⊥AE，CD⊥BEより，CEは面ABEに垂直である。

よって，求める体積は，$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{ABE}\times\mathrm{CD}=\frac{1}{3}\times9\sqrt{2}\times6=18\sqrt{2}$

例題 2

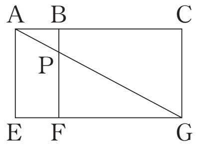
7cm

解説

右の展開図で，AGとBFの交点とPが一致したとき，AP＋PGは最小。

BP：FP ＝ AB：GF ＝ 1：3 より，FP ＝ 3

$\mathrm{PH}=\sqrt{6^2+2^2+3^2}=7$



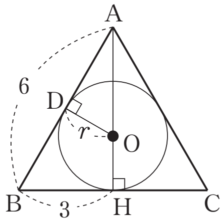
例題 3

(1)　18π　　(2)　$\sqrt{3}$　　(3)　$3\sqrt{5}$

解説

(2)　右のような切り口の図をかくと，BD ＝ BH ＝ 3 より，AD ＝ 3

$\triangle\mathrm{ADO}\backsim\triangle\mathrm{AHB}$（3辺の比 $1:2:\sqrt{3}$）より，$r=\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{AD}=\sqrt{3}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

35－1

(1) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$　　(2) $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}\mathrm{cm}$

解説

(2)　$\triangle\mathrm{OBC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{14}}{2}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}(\mathrm{cm}^2)$

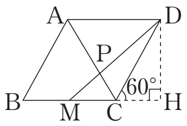
求める高さを $x$cm として，

三角すい OABC の体積について，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{7}}{2}\times x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{2}$ が成り立つ。

35－2

$\sqrt{7}$cm

解説



展開図は必要な部分だけですよ。

右のような展開図をかく。

D から BC の延長上に垂線 DH をひくと，

$\angle\mathrm{DCH}=60°$ より，$\triangle\mathrm{DCH}$ は $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形

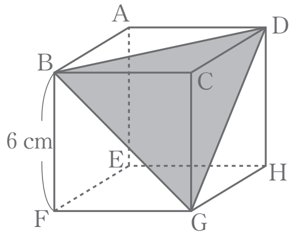
$\mathrm{DC}=2$ より，$\mathrm{CH}=1$，$\mathrm{DH}=\sqrt{3}$，$\mathrm{DM}^2=\mathrm{DH}^2+\mathrm{HM}^2=(\sqrt{3})^2+2^2=7$

$\mathrm{DM}>0$ より，$\mathrm{DM}=\sqrt{7}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第35講 • 確認テスト

［1］　右の図の立体 ABCD－EFGH は，1 辺が 6cm の立方体である。この立方体を，3 点 B，D，G を通る平面で切断するとき，次の問いに答えなさい。

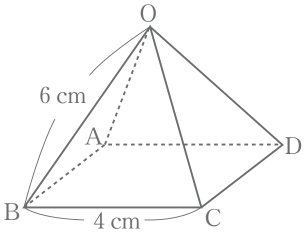


(1)　切断面の△ BDG の面積は［アイ］$\sqrt{［ウ］}$ cm^2 である。

(2)　頂点 C から面 BDG にひいた垂線の長さは

［エ］$\sqrt{［オ］}$ cm である。

［2］　右の図のような，OA＝OB＝OC＝OD＝6cm，AB＝BC＝CD＝DA＝4cm の正四角錐 O－ABCD がある。これについて，次の問いに答えなさい。



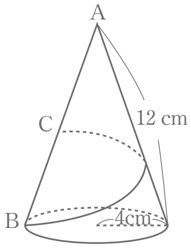
(1)　この立体の表面積は

［カキ］$\sqrt{［ク］}$＋［ケコ］(cm^2)である。

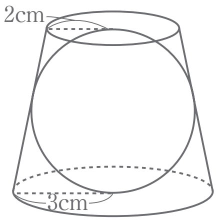
(2)　この立体の体積は $\dfrac{［サシ］\sqrt{［ス］}}{［セ］}$ cm^3 である。

［3］　右の図は，母線 AB の長さが 12cm，底面の半径が 4cm の円錐である。AB の中点を C とし，B から C まで円錐の側面を 1 周するようにひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さは

［ソ］$\sqrt{［タ］}$ cm である。



［4］　右の図のように，底面の半径が 3cm の円錐を，底面に平行な平面で切ったところ，切り口の円の半径が 2cm となった。この立体に球が内接しているとき，この球の半径は $\sqrt{［チ］}$ cm である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解答

［1］　ア　1　　イ　8　　ウ　3　　エ　2　　オ　3

［2］　カ　3　　キ　2　　ク　2　　ケ　1　　コ　6　　サ　3　　シ　2　　ス　7

　　　セ　3

［3］　ソ　6　　タ　7

［4］　チ　6

解説

［1］

(1)　切断面は正三角形で，1 辺は $6\sqrt{2}$ cm

　よって，$\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{2}\right)=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2)　三角錐 C－BDG の体積は，$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36(\text{cm}^3)$

　C から面 BDG にひいた垂線の長さを h とすると，

　$\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times h=36$，$h=2\sqrt{3}$

［2］

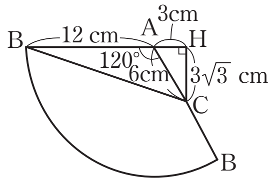
(1)　O から BC にひいた垂線の長さは，$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ だから，

　$\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}\times4+4\times4=32\sqrt{2}+16(\text{cm}^2)$

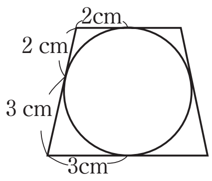
(2)　O から底面にひいた垂線の長さは，$\sqrt{(4\sqrt{2})^2-2^2}=2\sqrt{7}$ (cm) だから，

　$\frac{1}{3}\times16\times2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}(\text{cm}^3)$

［3］　右の図より，$\text{BC}=\sqrt{(12+3)^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{7}(\text{cm})$



［4］　右の図より，球の半径は，$\frac{1}{2}\times\sqrt{(3+2)^2-(3-2)^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。